Introduction aux mosaïques Poissoniennes et aux mosaïques de Poisson-Voronoï dans les espaces euclidiens $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$

André Goldmann

Deux types "classiques" de partitions de $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, aléatoires, isotropes et constituées de polyèdres convexes, sont présentés :

(i) Les mosaïques poissoniennes d'hyperplans ;

(ii) Les mosaïques de Poisson-Voronoï.

On développe le formalisme mathématique permettant leur étude statistique. On décrit les propriétés géométriques que l'on sait établir, les questions restant ouvertes, ainsi que les différents domaines des sciences expérimentales auxquels ces objets s'appliquent. Finalement quelques modèles connexes sont considérés, avec notamment les mosaïques de Poisson-Mehl et les mosaïques de Voronoï associées aux valeurs propres de matrices aléatoires.

Plan

1. Les processus de Poisson ponctuels dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$. Deux constructions particulières d'une partition aléatoire, isotrope de $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$: propriétés élémentaires, historique et domaines d'application.

2. Formalisme mathématique, la formule de Slivnyak, propriétés ergodiques.

3. La cellule typique et ses différentes caractérisations possibles. Résultats connus et problèmes ouverts.

   (i) La cellule typique de Poisson-Voronoï ;

   (ii) La cellule typique de la mosaïque poissonienne d'hyperplans.

4. Fréquences fondamentales de la cellule typique et mouvement brownien.

5. Autres exemples de modèles géométriques aléatoires analogues : mosaïques de Johnson-Mehl, mosaïques de Voronoï associées aux valeurs propres du Laplacien, modèles booléens.